

類 科：資訊處理
科 目：資料結構
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

- 一、A 為 (8×4) 矩陣、B 為 (4×10) 矩陣、C 為 (10×3) 矩陣、D 為 (3×20) 矩陣、E 為 (20×4) 矩陣，(一)請列出此 5 個矩陣相乘 $A \times B \times C \times D \times E$ 所有可能的乘法順序（請用括號表示乘法順序）。(5 分) (二)請使用 Dynamic Programming (動態規劃) 的技巧計算出此五個矩陣相乘 $A \times B \times C \times D \times E$ 的最佳乘法順序（請用括號表示乘法順序），使得五個矩陣相乘所需要花費的乘法數量最少。(15 分) (三)請列出此五個矩陣相乘所需要花費的最少乘法數量。(5 分) (注意：未說明 Dynamic Programming 的計算過程，不予計分。)
- 二、假設收銀機內銅板的集合 $S = \{\$50, \$20, \$20, \$15, \$10, \$2, \$1, \$1, \$1\}$ ，而預計找錢給顧客的金額 $W = \$75$ 。(一)請設計一個 Greedy (貪婪) 的演算法，來解決找錢給顧客的問題，使得找給顧客金額 W 所使用的銅板數量最少，並依此 Greedy 的演算法列出找給顧客金額 $W = \$75$ 的過程。(15 分) (二)此 Greedy 演算法適合使用何種資料結構來完成。(5 分) (三)此 Greedy 演算法的解法是否能保證為最佳解？請舉例說明。(5 分)
- 三、二元搜尋法 (binary search) 使用 divide-and-conquer (分而治之) 演算法技巧，對一個已排序的 (sorted) 且長度為 n 的陣列 $A[0:n-1]$ ，以二元化方式進行資料值 x 的搜尋，其最差時間複雜度 (worst case time complexity) 可降到 $\Theta(\log n)$ 。(一)請使用 C++ 或 Python 語言，修改此二元搜尋法，使其能對未排序的 (unsorted) 且長度為 n 的陣列 $A[0:n-1]$ ，進行三元化搜尋，即以 divide-and-conquer 技巧將此陣列切成三個子陣列，並在可能包含資料值 x 的子陣列繼續進行 divide-and-conquer 技巧的搜尋，如果找到則回傳 1，如果找不到則回傳 0。(17 分) (注意：請寫一個 searching 類別，內含一個 search 功能) (二)請分析修改後的三元化搜尋法其最差時間複雜度 (worst case time complexity) 以 order 的方式表示。(8 分) (注意：不可將此陣列數值進行排序，請加註解說明程式碼作法。)

四、(一)請使用 C 語言寫一副程式 `void FindMeanAverage(int A [], int n, int * mean, int * average)`，對一個未排序的 (unsorted) 且長度為 n 的陣列 $A[0:n-1]$ ，尋找陣列中的中位數與平均數，並分別存入 `mean` 及 `average` 變數。請說明此副程式的運算複雜度。(17分)
(二)請舉例說明此副程式最差情況 (worst case) 所花費的運算複雜度。(8分) (注意：請加註解說明程式碼作法。)